

Matemáticas - Olimpiada de Física 2022

José Ítalo Sánchez Bermúdez

1 Álgebra

Definición de potencia

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}}$$

Multiplicación

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

División

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Exponentes negativos

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Caso cero

$$a^0 = 1$$

si $n, m > 0$ o $n, m < 0$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

si $n < 0$ o $m < 0$

$$\sqrt[n]{a^m} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$(abc)^n = a^n b^n c^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

1.1 Fracciones

Sumas de fracciones con distinto denominador: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

Suma de fracciones con mismo denominador: $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

Suma de dos fracciones iguales: $\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = \frac{2a}{b}$

Suma de un número y su inverso: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ba}$

Otras: $\frac{a}{b} + 1 = \frac{a+b}{b}$ $\frac{a}{b} + c = \frac{a+cb}{b}$

- $-(-a) = a$
- $-(a + b) = -a - b$

Restas de fracciones con distinto denominador: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$

Restas de fracciones con mismo denominador: $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$

Restas de dos fracciones iguales: $\frac{a}{b} - \frac{a}{b} = 0$

Resta de un número y su inverso: $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ba}$

Otras: $\frac{a}{b} - 1 = \frac{a - b}{b}$ $\frac{a}{b} - c = \frac{a - cb}{b}$

Multiplicaciones de fracciones: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Multiplicación de fracciones con mismo denominador: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b^2}$

Multiplicación de fracciones con su inverso: $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$

Otras: $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$ $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$

- $a^{-1} = \frac{1}{a}$
- $(a^{-1})^{-1} = a \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{a}} = a$
- $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1} \rightarrow \frac{1}{ab} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{b}$
- $a \div b = a \left(\frac{1}{b} \right)$
- $\frac{a}{b} = a \div b$

División de fracciones: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

División de una fracción por un número: $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{bc}$

Ecuaciones de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- La fórmula general tiene dos soluciones

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- a tiene que ser diferente de 0
- $b^2 - 4ac$ tiene que ser mayor o igual a cero
- si $b^2 - 4ac$ es menor que 0 decimos que la ecuación no tiene solución real

Casos especiales

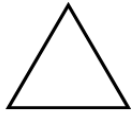
$$b = 0$$

$$x = \frac{\pm\sqrt{-4ac}}{2a}$$

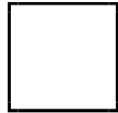
$$c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2}}{2a} = \frac{-b \pm b}{2a}$$

2 Geometría y Trigonometría



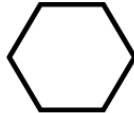
Triángulo



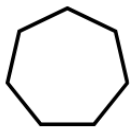
Cuadrado



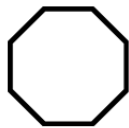
Pentágono



Hexágono



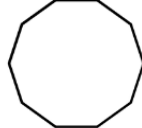
Heptágono



Octágono



Eneágono



Decágono



Rectángulo



Circunferencia



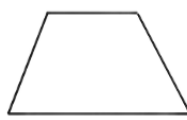
Elipse



Paralelogramo



Rombo



Trapecio

Para cada figura geométrica las fórmulas de *área* y *perímetro*.

L = lado, b = base, h = altura, P = Perímetro, A = área, a = apotema

■ Triángulo

$$P = 3L$$

$$A = \frac{bh}{2}$$

■ Cuadrado

$$P = 4L$$

$$A = bh$$

■ Pentágono

$$P = 5L$$
$$A = \frac{Pa}{2}$$

■ Hexágono

$$P = 6L$$
$$A = \frac{Pa}{2}$$

■ Heptágono

$$P = 7L$$
$$A = \frac{Pa}{2}$$

■ Octágono

$$P = 8L$$
$$A = \frac{Pa}{2}$$

■ Eneágono

$$P = 9L$$
$$A = \frac{Pa}{2}$$

■ Decágono

$$P = 10L$$
$$A = \frac{Pa}{2}$$

■ Rectángulo

L_1 = lado mayor, L_2 = lado menor

$$P = 2L_1 + 2L_2$$
$$A = bh$$

■ Circunferencia

D = diametro, r = radio

$$P = \pi D$$
$$A = \pi r^2$$

■ Elipse

■ Paralelogramo

L_1 = lado mayor, L_2 = lado menor

$$P = 2L_1 + 2L_2$$
$$A = bh$$

■ Rombo

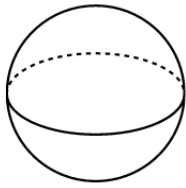
L_1 = lado mayor, L_2 = lado menor,
 d_1 = diagonal mayor, d_2 = diagonal menor

$$P = 2L_1 + 2L_2$$
$$A = \frac{L_1 L_2}{2}$$

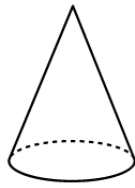
■ Trapecio

L_1 = lado superior, L_2 = lado inferior, L_3 = lados laterales

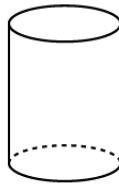
$$P = L_1 + L_2 + 2L_3$$
$$A = \frac{(L_1 + L_2)h}{2}$$



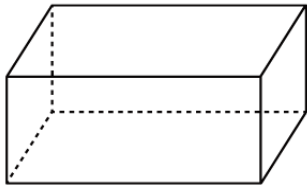
Esfera



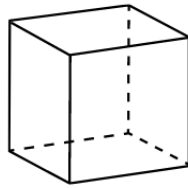
Cono



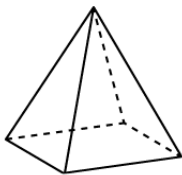
Cilindro



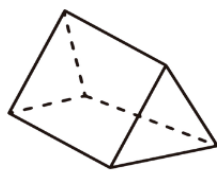
Prisma Rectangular



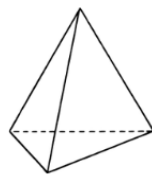
Cubo



Pirámide



Prisma Triangular



Tetraedro

Además del *área* y *perímetro* también tenemos el *volumen*, en este tenemos que hablar de figuras geométricas en tres dimensiones y el volumen es lo que está dentro de cada *cuerpo geométrico*.

L = lado o arista, h = altura, V = Volumen, r = radio, a_b = área de la base

■ Esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

■ Cono

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

■ Cilindro

$$V = \pi r^2 h$$

■ Prisma Rectangular

$$V = L_1 L_2 L_3$$

■ Cubo

$$V = L^3$$

■ Pirámide

$$V = \frac{a_b h}{3}$$

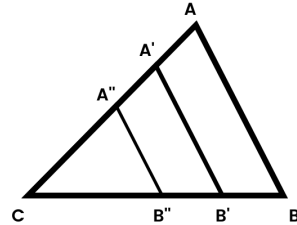
■ Prisma Triangular

$$V = a_b h$$

■ Tetraedro

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} L$$

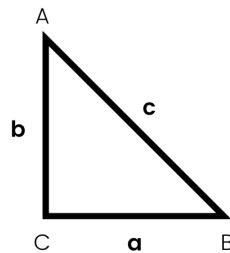
2.1 Teorema de Tales



$$\frac{BC}{B'C} = \frac{AC}{A'C} = \frac{AB}{A'B'}$$

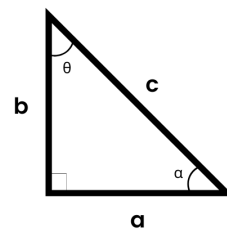
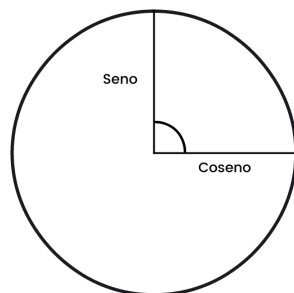
$$\frac{BC}{B''C} = \frac{AC}{A''C} = \frac{AB}{A''B''}$$

2.2 Teorema de Pitágoras



$$a^2 + b^2 = c^2$$

2.3 Funciones Trigonómicas

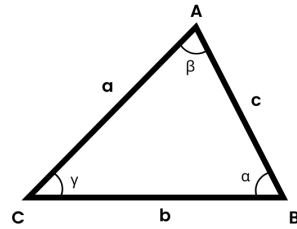


$$\sin \theta = \frac{co}{h} \rightarrow \frac{a}{c} \quad \cos \theta = \frac{ca}{h} \rightarrow \frac{b}{c}$$

$$\tan \theta = \frac{co}{ca} \rightarrow \frac{a}{b}$$

$$\cot \theta = \frac{ca}{co} \rightarrow \frac{b}{a} \quad \sec \theta = \frac{h}{ca} \rightarrow \frac{c}{b} \quad \csc \theta = \frac{h}{co} \rightarrow \frac{c}{a}$$

2.4 Ley de Senos



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

2.5 Ley de Cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

2.6 Identidades Trigonométricas

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\csc^2 x = 1 + \cot^2 x$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec^2 x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$